

1. Rozhodnite, či sú správne tieto úsudky (P_n – predpoklady, Z – záver):

- | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) $P_1: A \Leftrightarrow B$ platí
 $P_2: B$ neplatí

 $Z: A$ neplatí</p> | <p>b) $P: A' \Rightarrow A$ platí

 $Z: A$ platí</p> | <p>c) $P_1: A \Rightarrow B$ platí
 $P_2: B$ neplatí

 $Z: A$ neplatí</p> |
| <p>d) $P_1: A \vee B$ platí
 $P_2: B$ neplatí

 $Z: A$ platí</p> | <p>e) $P: A \wedge B$ platí

 $Z: A \Rightarrow B$ platí</p> | <p>f) $P_1: A \Rightarrow B$ platí
 $P_2: A$ neplatí

 $Z: B$ neplatí</p> |
| <p>g) $P_1: A \vee B$ platí
 $P_2: A$ platí

 $Z: B$ neplatí</p> | <p>h) $P: A \vee B$ platí

 $Z: A \Rightarrow B$ platí</p> | <p>i) $P: A \Leftrightarrow B$ platí

 $Z: A \Rightarrow B$ platí</p> |
| <p>j) $P_1: A \Rightarrow B$ platí
 $P_2: B$ platí

 $Z: A$ platí</p> | <p>k) $P_1: A' \vee B$ platí
 $P_2: A \vee B'$ platí

 $Z: A \wedge B$ platí</p> | <p>l) $P: A \Rightarrow B$ platí

 $Z: A' \vee B$ platí</p> |
| <p>m) $P_1: A \Rightarrow B$ neplatí
 $P_2: B$ neplatí

 $Z: A$ platí</p> | <p>n) $P_1: A \vee B$ platí
 $P_2: A \Rightarrow B$ platí

 $Z: A \wedge B$ platí</p> | <p>o) $P_1: A \Rightarrow B$ platí
 $P_2: B \Rightarrow C$ platí

 $Z: A \Rightarrow C$ platí</p> |
| <p>p) $P_1: A' \Rightarrow B$ platí
 $P_2: B$ platí

 $Z: A$ neplatí</p> | <p>q) $P_1: A \Rightarrow B'$ platí
 $P_2: A' \vee B$ platí

 $Z: A$ neplatí</p> | <p>r) $P_1: A \Rightarrow B$ platí
 $P_2: C' \Rightarrow B'$ platí

 $Z: C \Rightarrow A'$ platí</p> |

Úsudky, dôkazy a množiny

2. Vieme, že priamka p je rovnobežná s priamkou q alebo priamka p je rovnobežná s priamkou r . Zistili sme, že priamka p s priamkou r nie je rovnobežná. Je správny náš úsudok, že priamka p musí byť teda rovnobežná s priamkou q ?
3. Vieme, že priamka p je rovnobežná s priamkou q alebo priamka p je rovnobežná s priamkou r . Zistili sme, že priamka p s priamkou q je rovnobežná. Je správny náš úsudok, že priamka p s priamkou r nie je rovnobežná?
4. O trojuholníku vieme, že je pravouhlý práve vtedy, keď v ňom platí Pytagorova veta. V tomto trojuholníku však Pytagorova veta neplatí. Je správny náš úsudok, že tento trojuholník nie je pravouhlý?
5. V antickej logike môžeme nájsť príklad úsudku o jednom človeku: „Nie je pravda, že je zdravý a (zároveň) chorý. Vieme, že nie je zdravý. Teda – je chorý.“
 - a. Dokážte, že tento úsudok je nesprávny.
 - b. Opravte prvý predpoklad tak, aby úsudok bol správny.
6. Určte, ktorý z úsudkov je logicky správny:
 - a. Ak padá sneh, autobus, ktorým, chodí Janko do školy, mešká. Dnes sneží. Vyplýva z toho, že nebude autobus meškať? **nie**
 - b. Ak kúpi Milan dva lístky na hokejový zápas, pôjde s ním aj Juraj. Milan nekúpil lístky na zápas. Vyplýva z toho, že Juraj nie je na zápase? **nie**
 - c. Ak Danka dostane lístky, pôjde s ňou do kina aj Petra. Petru sme stretli v kine. Vyplýva z toho, že Danka dostala lístky? **nie**
 - d. Martin dostane bicykel, ak bude na konci školského roka vyznamenaný. Pravdepodobne však vyznamenaný nebude. Vyplýva z toho, že nedostane bicykel? **Nie**
7. Za predpokladu, že nasledujúce dve tvrdenia sú pravdivé:
„Nemám stoličku a mám stôl.“
„Nemám skriňu alebo nemám stôl.“
môžeme tvrdiť ďalšie pravdivé tvrdenia. Jedno z nižšie uvedených tvrdení však tvrdiť nemôžeme, lebo (pri daných predpokladoch) nie je pravdivé. Určte toto tvrdenie.

Úsudky, dôkazy a množiny

- a) Ak nemám skriňu, tak nemám stôl.
b) Nemám skriňu alebo nemám stôl.
c) Mám skriňu alebo nemám stoličku.
d) Ak mám skriňu, tak nemám stoličku.
e) Ak nemám skriňu, tak mám stôl.
8. Za predpokladu, že nasledujúce dve tvrdenia sú nepravdivé:
„Chovám antilopu alebo nechovám zebra.“
„Nechovám žirafu a chovám zebra.“
môžeme tvrdiť rôzne tvrdenia, ktoré sú pravdivé. Jedno z nižšie uvedených tvrdení však (pri daných predpokladoch) nie je pravdivé. Určte toto tvrdenie.
- a) Chovám žirafu alebo nechovám zebra.
b) Nechovám žirafu alebo chovám zebra.
c) Ak nechovám žirafu, tak nechovám antilopu.
d) Nechovám žirafu alebo chovám antilopu.
e) Ak chovám žirafu, nechovám antilopu.
9. Určte vetu (z nižšie uvedených možností), ktorá z daných viet logicky vyplýva (je korektné ju odvodiť):
„Ak nie je teplo alebo zamračené, tak nepôjdem na pláž.“
„Nie je zamračené.“
- a) Ak nejdem na pláž, tak je teplo.
b) Idem na pláž.
c) Je teplo alebo nejdem na pláž.
d) Ak nie je teplo, tak idem na pláž.
e) Nie je teplo alebo idem na pláž.
10. Určte vetu (z nižšie uvedených možností), ktorá z daných viet logicky nevyplýva (nie je korektné ju odvodiť):
„Ak je Peter fajčiar alebo Róbert nie je alkoholik, tak je Stano narkoman.“
„Stano nie je narkoman.“
- a) Róbert je alkoholik alebo Peter je fajčiar.
b) Róbert nie je alkoholik alebo Peter nie je fajčiar.
c) Ak je Peter fajčiar, tak Róbert je alkoholik.
d) Ak Róbert je alkoholik, tak Peter nie je fajčiar.
e) Ak Peter nie je fajčiar, tak Róbert nie je alkoholik.

11. Určte vetu (z nižšie uvedených možností), ktorá z daných viet logicky vyplýva (je korektné ju odvodiť):
„Ak nebudem jesť alebo budem cvičiť, tak schudnem.“
„Nebudem cvičiť.“
- Neschudnem.
 - Ak nebudem jesť, tak neschudnem.
 - Ak schudnem, tak nebudem jesť.
 - Schudnem alebo nebudem jesť.
 - Budem jesť alebo schudnem.
12. Určte vetu (z nižšie uvedených možností), ktorá z daných viet logicky nevyplýva (nie je korektné ju odvodiť):
„Ak Regína nie je lekárka alebo Silvia je lekárnička, tak Tereze je zdravotná sestra.“
„Tereza nie je zdravotná sestra.“
- Ak Regína nie je lekárka, tak Silvia je lekárnička.
 - Ak Regína je lekárka, tak Silvia je lekárnička.
 - Silvia nie je lekárnička alebo Regína nie je lekárka.
 - Silvia je lekárnička alebo Regína je lekárka.
 - Ak Silvia je lekárnička, tak Regína je lekárka.
13. Určte vetu (z nižšie uvedených možností), ktorá z daných viet logicky vyplýva (je korektné ju odvodiť):
„Som študent alebo nie som platca dane.“
„Ak som podnikateľ, som platca dane.“
- Som študent alebo som podnikateľ.
 - Som študent a som podnikateľ.
 - Som študent alebo nie som podnikateľ.
 - Ak som študent, nie som podnikateľ.
 - Ak nie som študent, som podnikateľ.
14. Za predpokladu, že obidve vety sú pravdivé, jedna z nižšie uvedených možností nie je pravdivá. Určte ju.
„Ak Juraj nie je logik alebo Karol nie je prírodovedec, tak Laco je filozof.“
„Laco nie je filozof.“
- Ak Juraj je logik, tak Karol je prírodovedec.
 - Ak Juraj je logik, tak Karol nie je prírodovedec.
 - Juraj je logik alebo Karol je prírodovedec.
 - Ak Juraj nie je logik, tak Karol je prírodovedec.
 - Juraj je logik alebo Karol nie je prírodovedec.

15. Metódou priameho dôkazu dokážte:
- Súčin dvoch nepárnych čísel je nepárne číslo.*
 - Súčet dvoch párnych čísel je párne číslo.*
 - Súčet dvoch nepárnych čísel je párne číslo.*
 - Súčet párneho a nepárneho čísla je nepárne číslo.*
 - Súčin čísel, z ktorých je aspoň jedno párne, je párny.*
 - Súčin dvoch po sebe idúcich prirodzených čísel je vždy deliteľný dvoma.*
16. Metódou nepriameho dôkazu dokážte:
- $\forall n \in \mathbb{N} : 5 \mid n^5 - n$
 - $\forall n \in \mathbb{N} : 6 \mid n^3 + 3n + 2n$
17. Matematickou indukciou dokážte:
- $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
 - $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$
 - $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$
 - $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$
 - $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$
 - $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{1}{3}n(2n+1)(2n-1)$
 - $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$